



# Bases mathématiques de l'apprentissage automatique

ou

## Comment un ordinateur peut-il apprendre ?

Journée Filles, Maths et Informatique  
08 Mars 2023

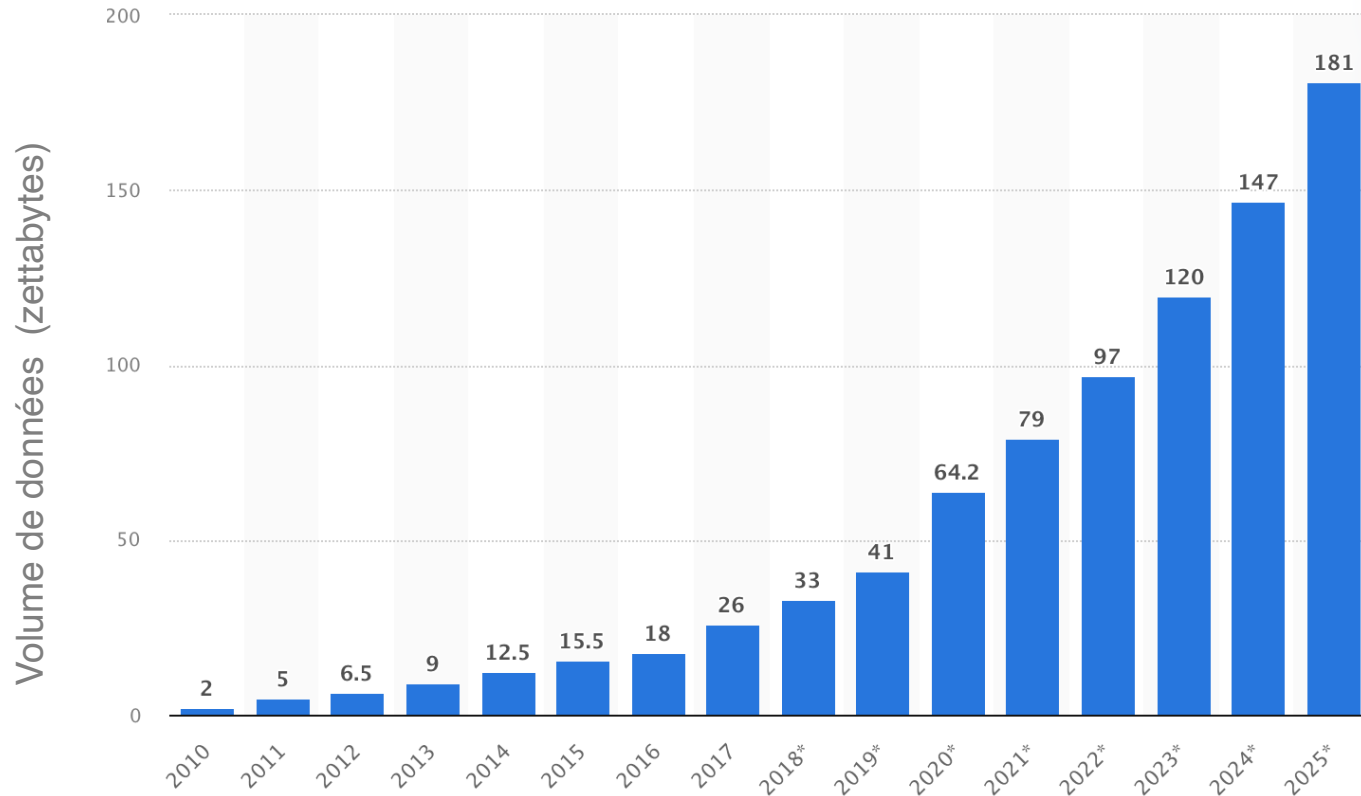
**Marylou Gabrié**

(Enseignante-Chercheuse, CMAP, École Polytechnique)

# Besoin d'un traitement automatique des données

1

- ▷ Augmentation exponentielle de la quantité de données stockée



Source: Statista 2022

- ▷ Du texte, des images, du son, des tableaux de valeur ...

# Par exemple: Retrouver toutes les photos avec des chats dans ma bibliothèque

2

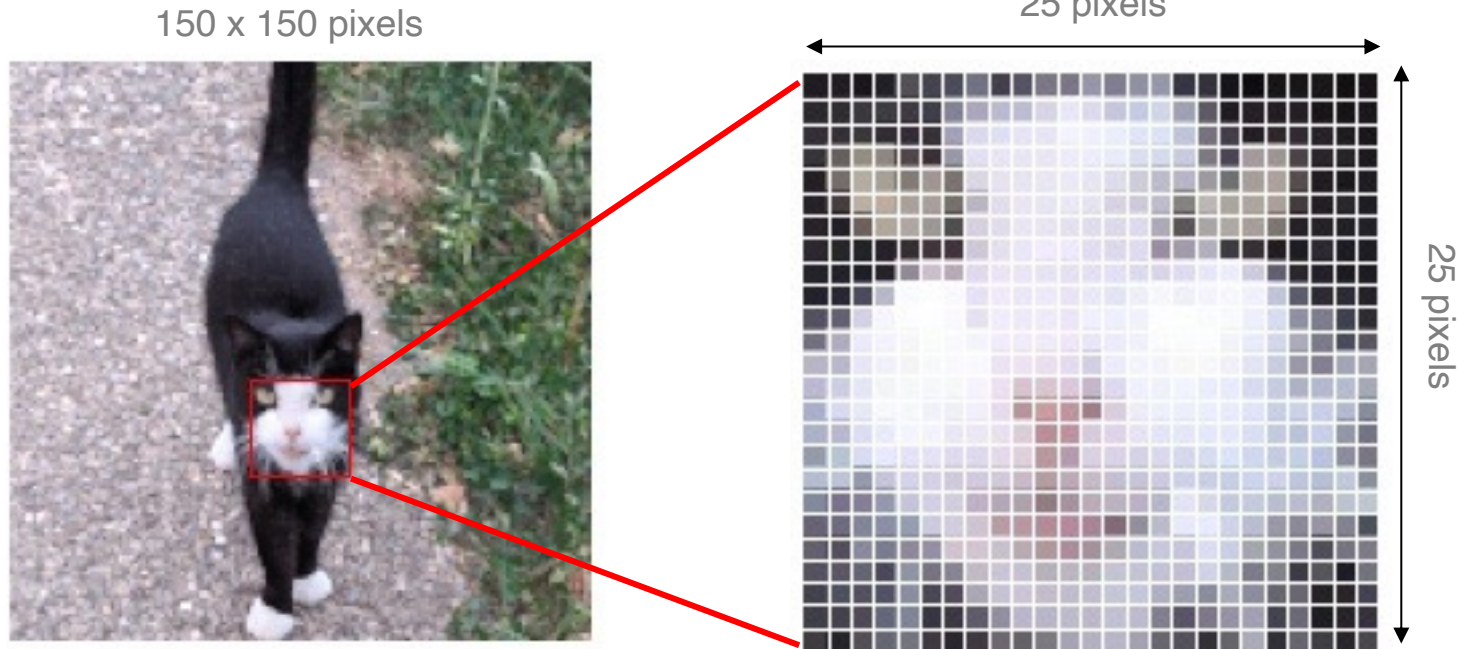
- ▷ Comment reconnaît-on, nous humains, un chat dans une photo ?  
Qu'est-ce qui fait un chat, un chat ?



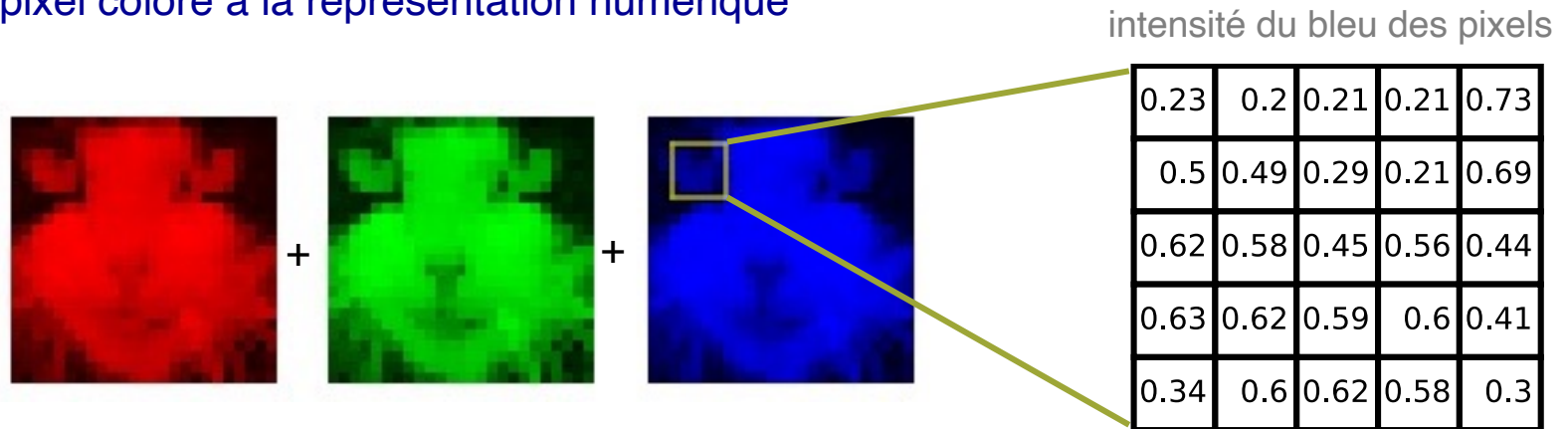
- ▷ Un ordinateur peut-il reconnaître un chat ?

# La photo du chat vue par l'ordinateur

## ▷ De l'image au pixel



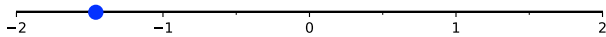
## ▷ Du pixel coloré à la représentation numérique



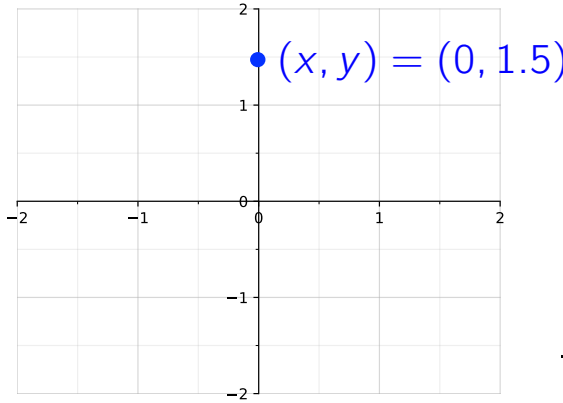
# Les images comme points dans un espace de grande dimension

1 dimension : 1 coordonnée

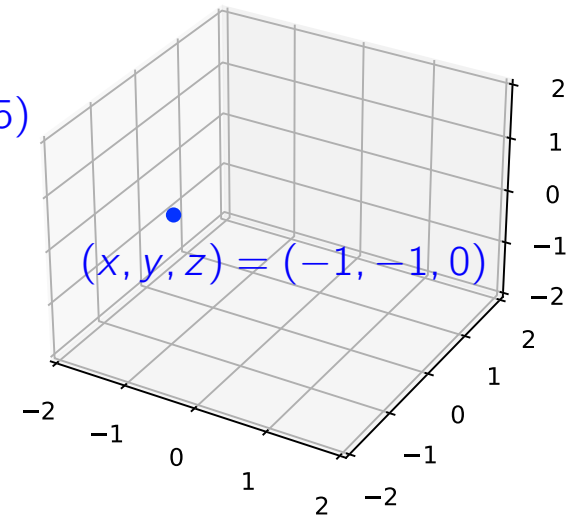
$$(x) = (-1.5)$$



2 dimensions : 2 coordonnées



3 dimensions : 3 coordonnées



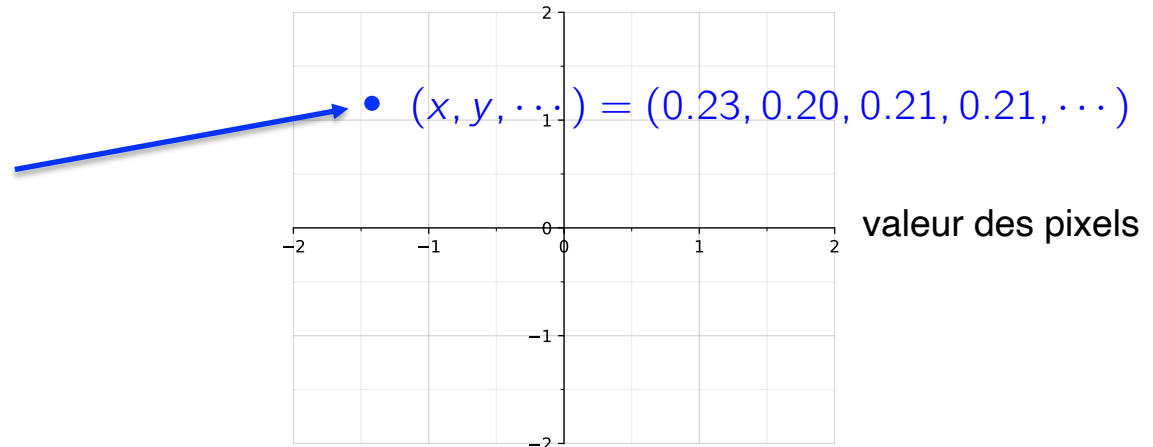
5 x 5 = 25 pixels  
x 3 couleurs = 75 coordonnées



75 dimensions

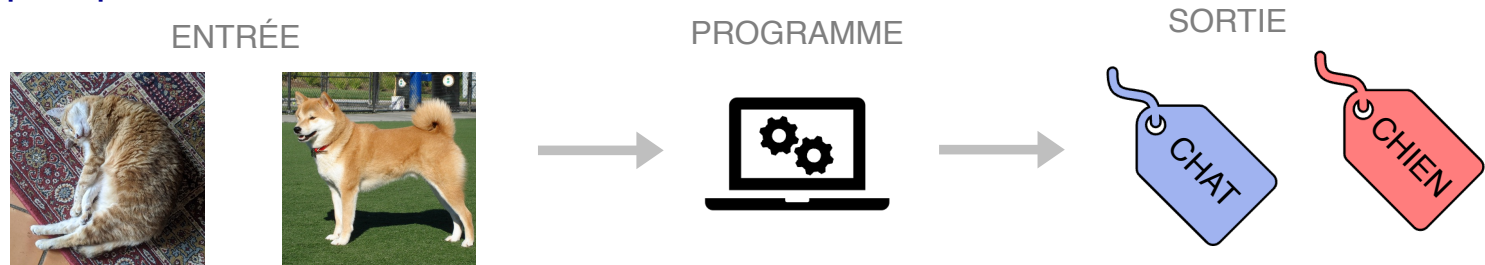
*On ne peut pas le représenter !*

valeur des pixels



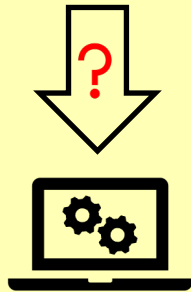
# Un ordinateur peut-il reconnaître un chat ?

Tâche plus précise: Classification chien / chat



## ▷ Programmation classique :

Critères de décision a priori  
(moustaches, museau ...)



PROGRAMME  
CLASSIQUE

### Impossible!

Très difficile à "coder"

- Détecteur de moustaches ???

Trop de cas à traiter:

- Poses du chat (assis, allongé etc ...)
- Angle de vision et position dans l'image
- etc ...

## ▷ Apprentissage automatique :

Exemples = données d'entraînement



PROGRAMME  
PAR  
APPRENTISSAGE

**Possible!** Ce que l'on va expliquer

▷ Comment faire un programme informatique à partir d'exemples ?

① La séparation des exemples

② Une fonction paramétrique hyper flexible

③ L'optimisation des paramètres

# Les exemples d'entrainement dans l'espace

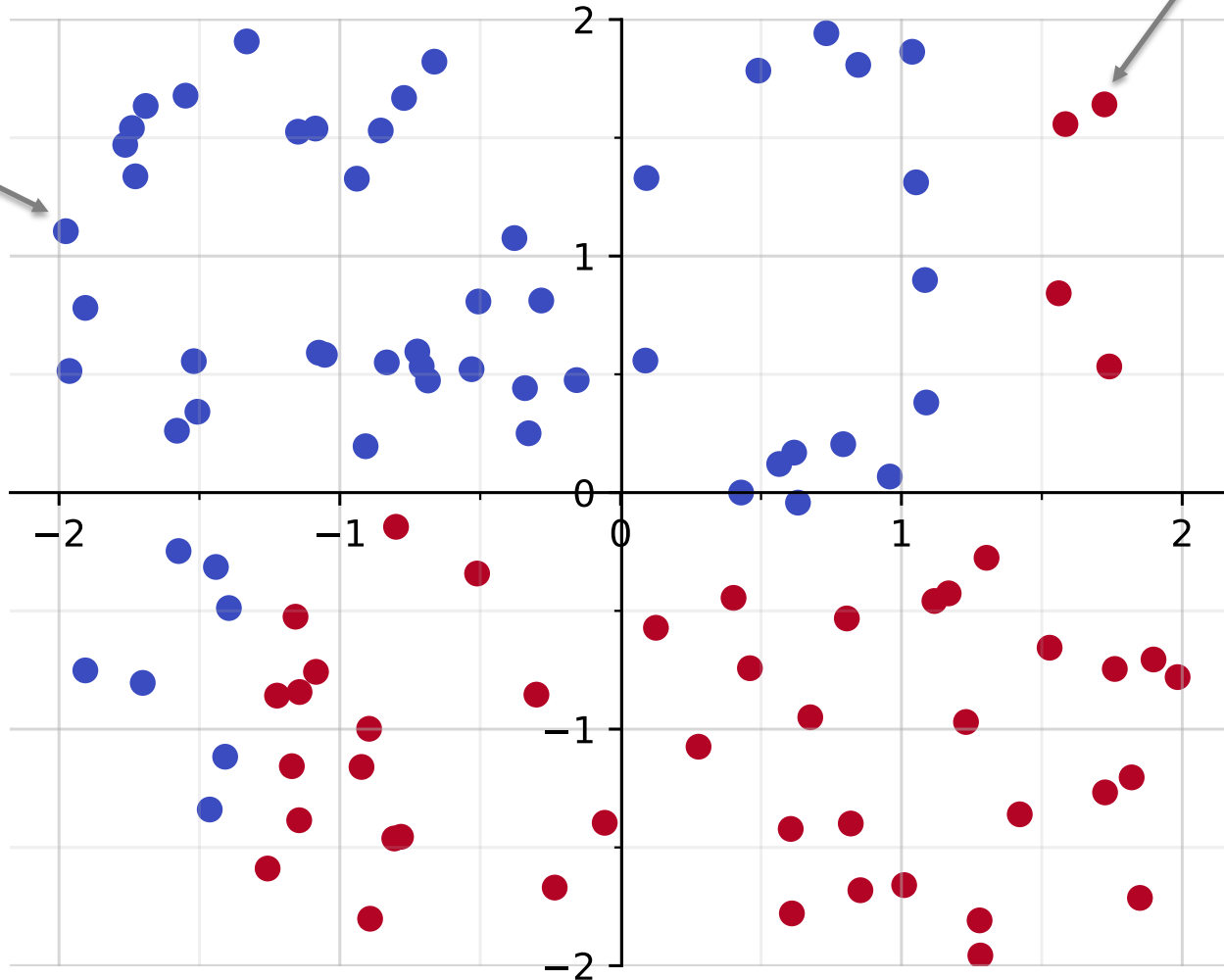
7



CHAT



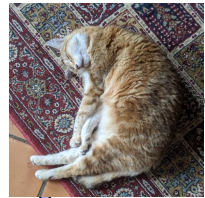
CHIEN





# Les exemples d'entrainement dans l'espace

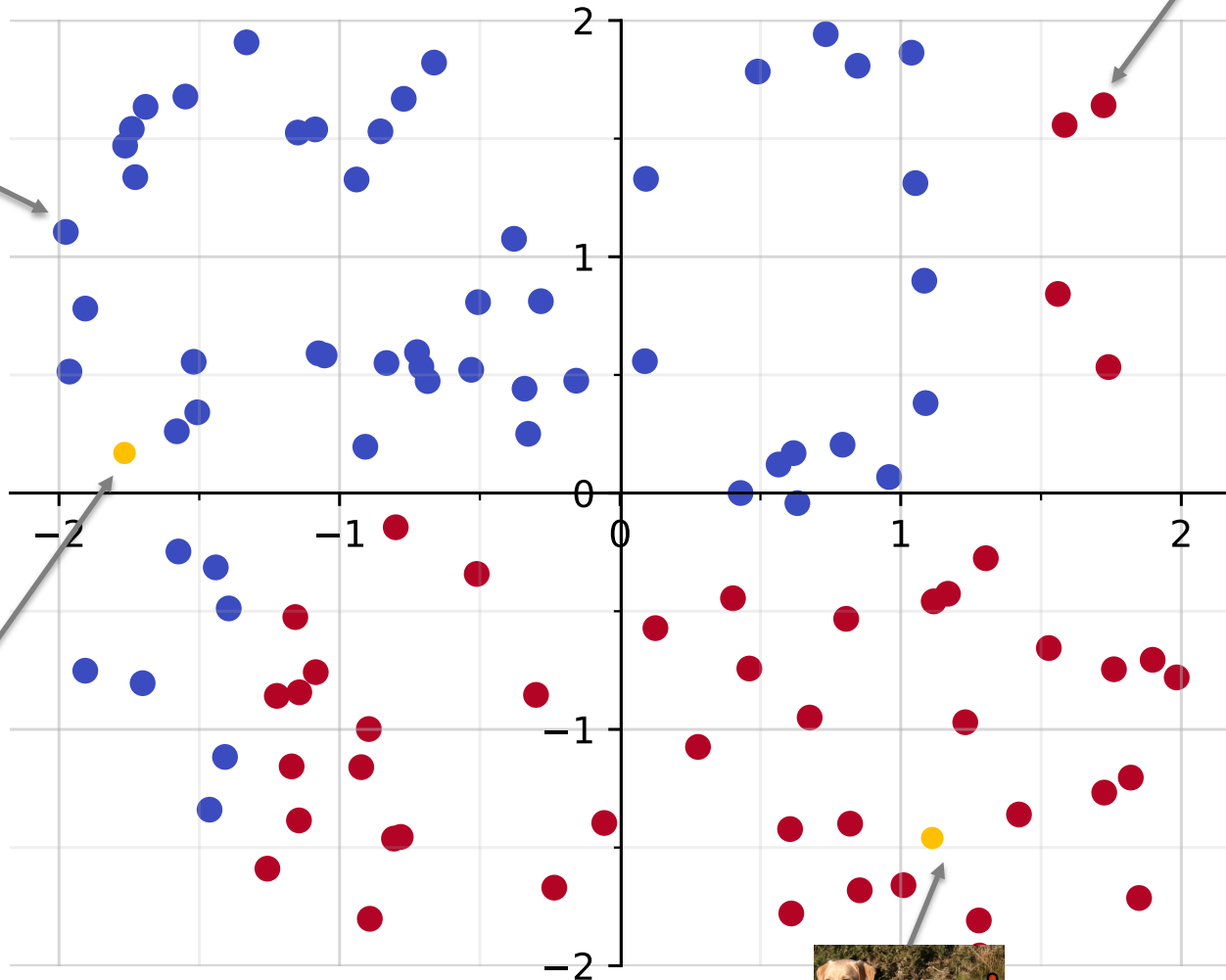
8



CHAT

140	138	148	138	97
155	151	152	154	123
158	154	149	151	139
158	159	157	149	144
148	156	153	154	152

CHAT

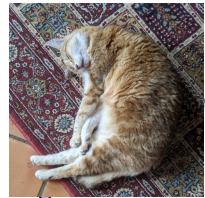


CHIEN

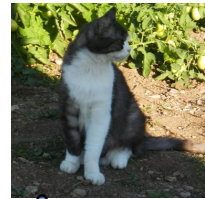


CHIEN

# Les exemples d'entrainement dans l'espace



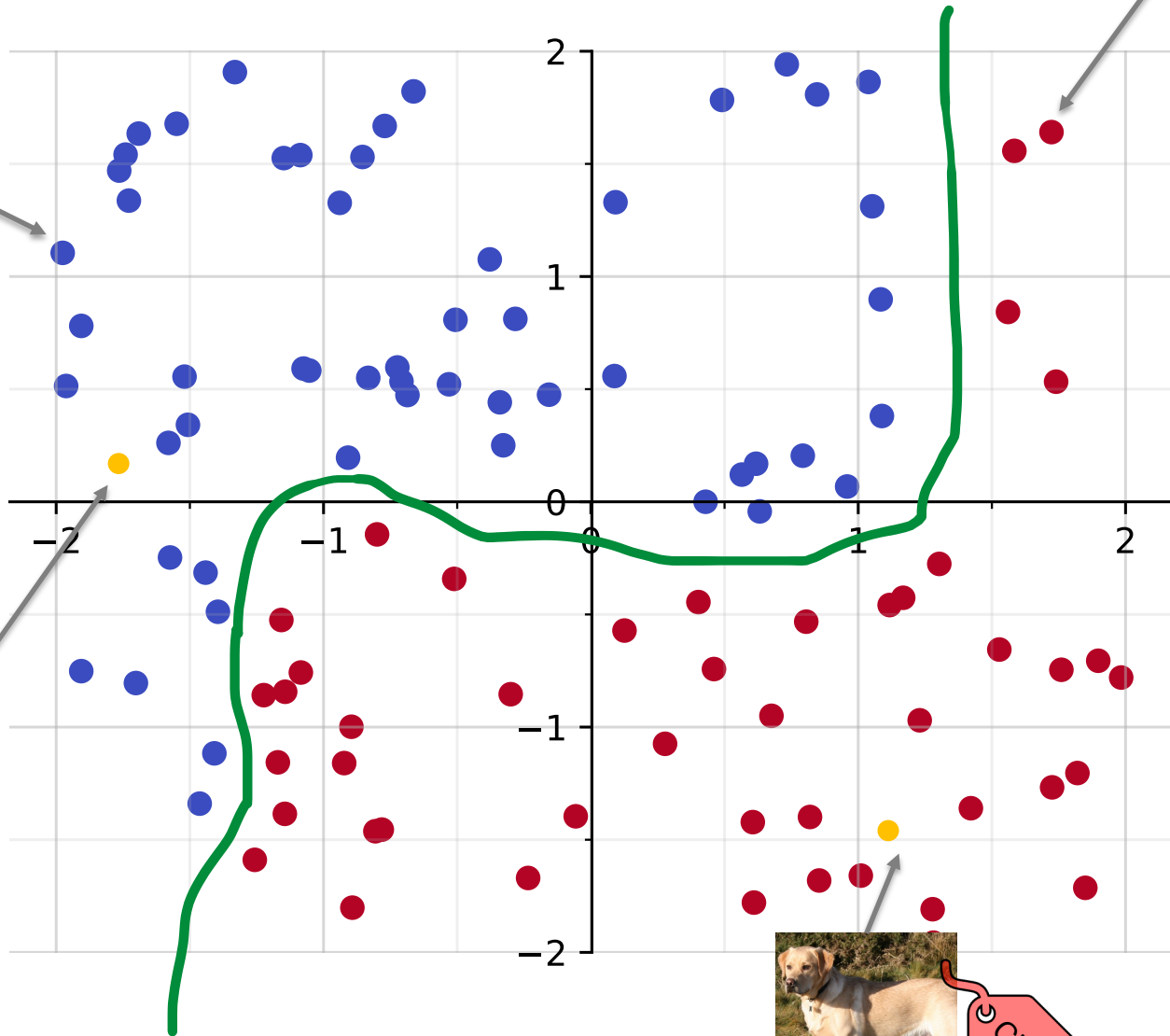
CHAT



CHAT



CHIEN



CHIEN

▷ Comment faire un programme informatique à partir d'exemples ?

① La séparation des exemples

② Une fonction paramétrique hyper flexible

③ L'optimisation des paramètres

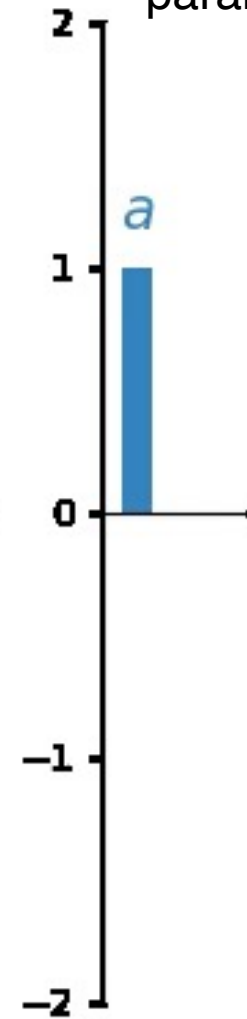
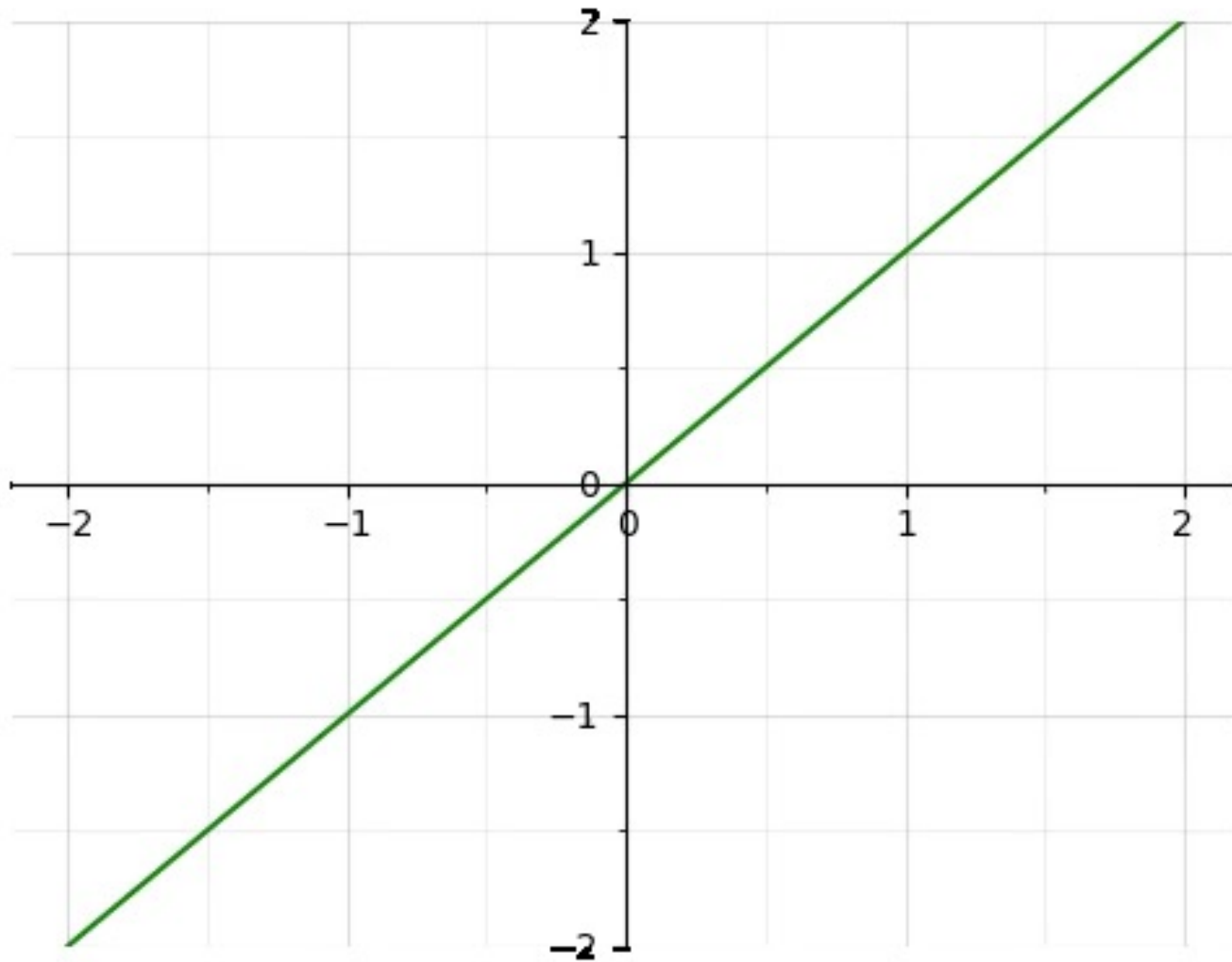
# Fonction paramétrique

1 paramètre:  $a \in \mathbb{R}$

11

$$f(x) = ax$$

valeur du  
paramètre



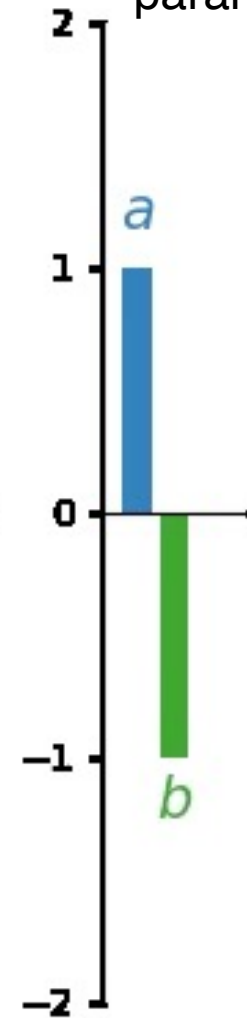
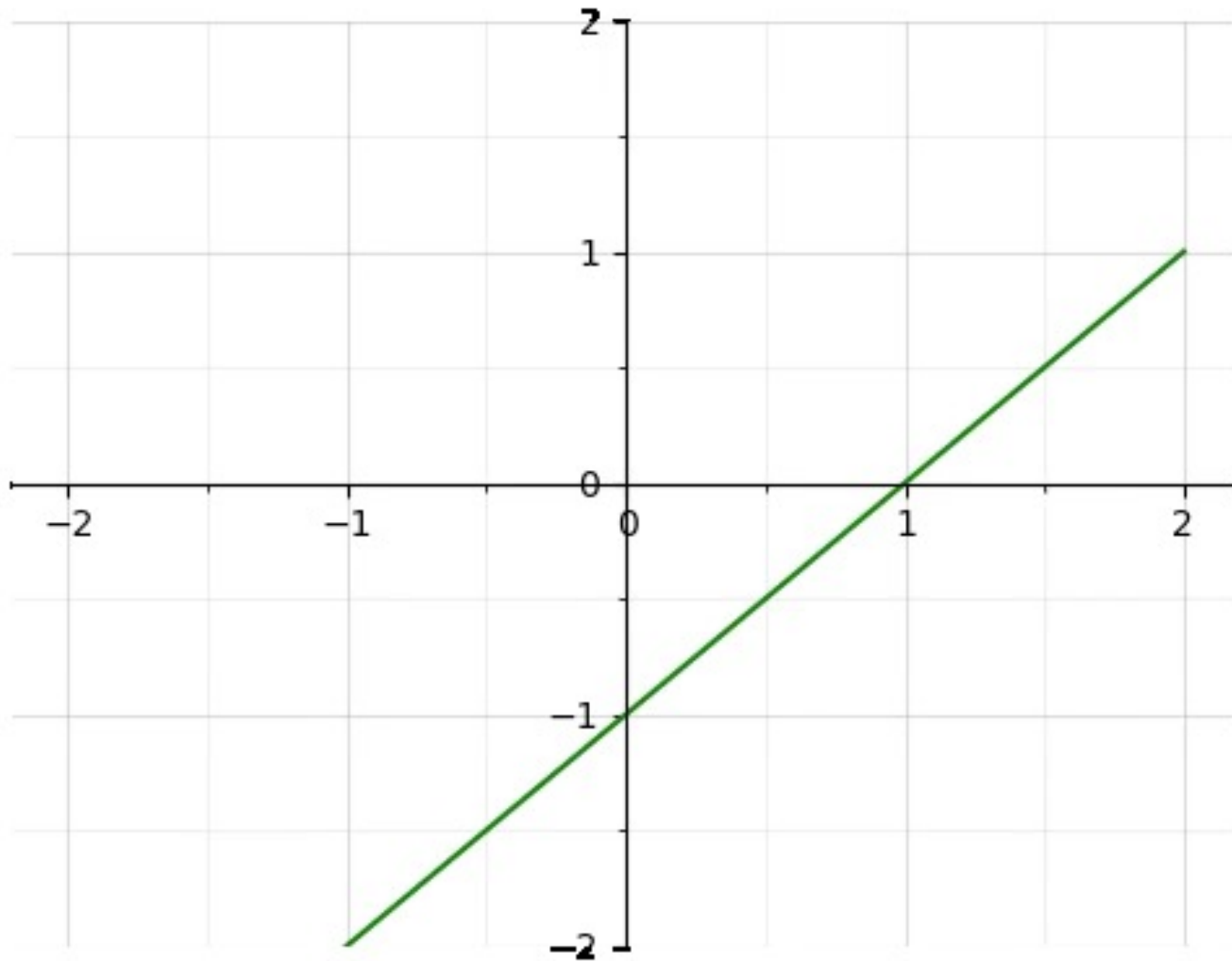
# Fonction paramétrique

2 paramètres:  $a \in \mathbb{R}$ ,  $b \in \mathbb{R}$

12

$$f(x) = ax + b$$

valeur des paramètres

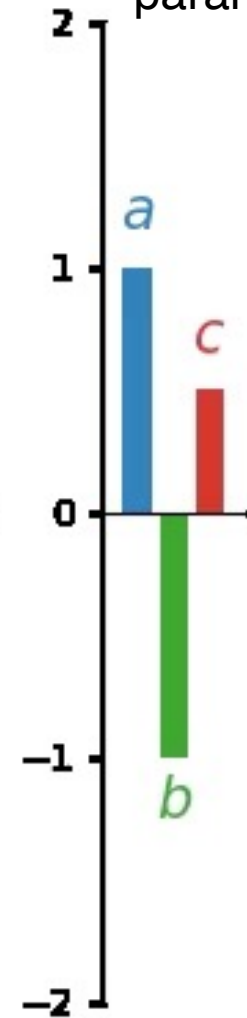
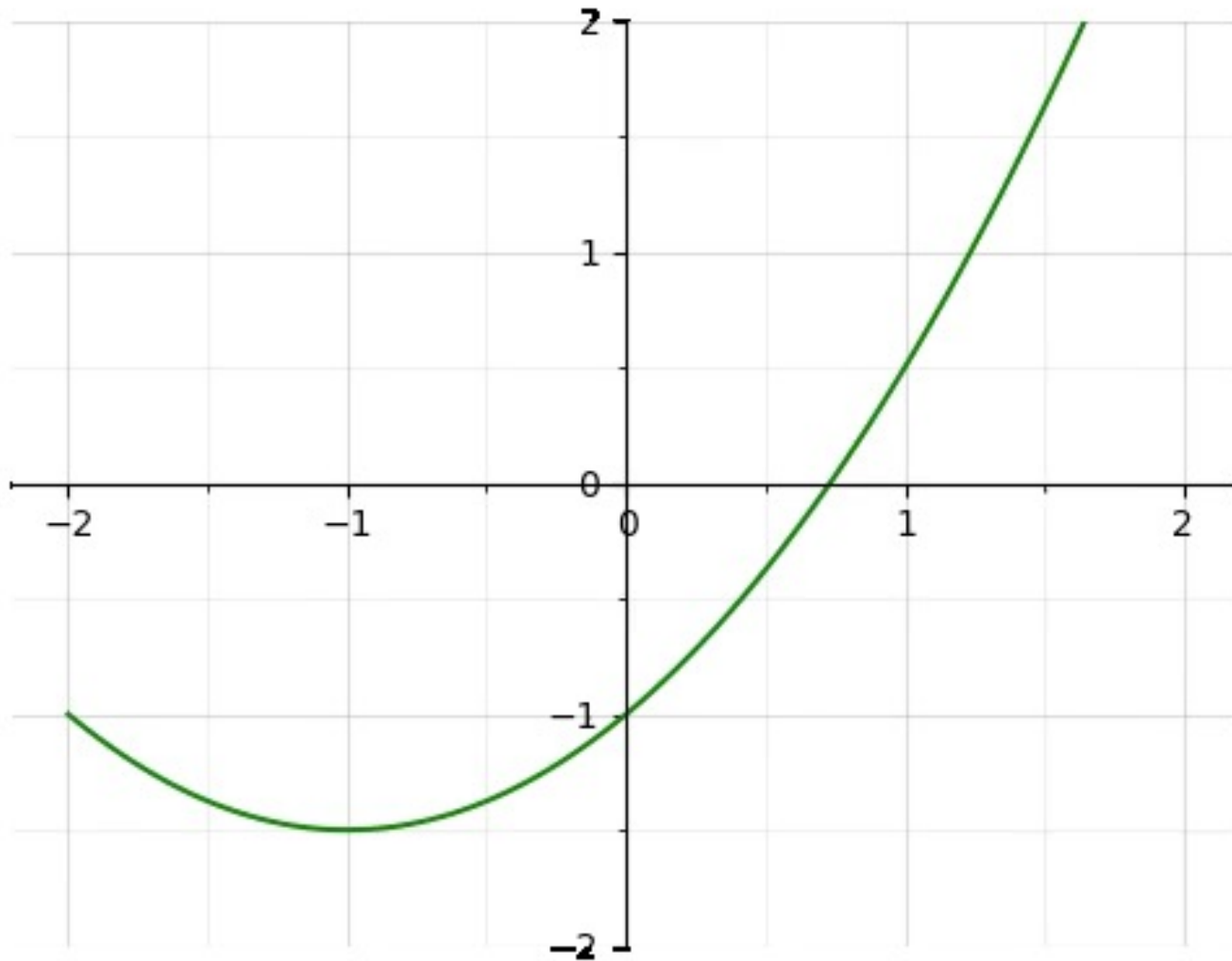


# Fonction paramétrique

3 paramètres:  $a \in \mathbb{R}$ ,  $b \in \mathbb{R}$ ,  $c \in \mathbb{R}$  13

$$f(x) = ax + b + cx^2$$

valeur des paramètres

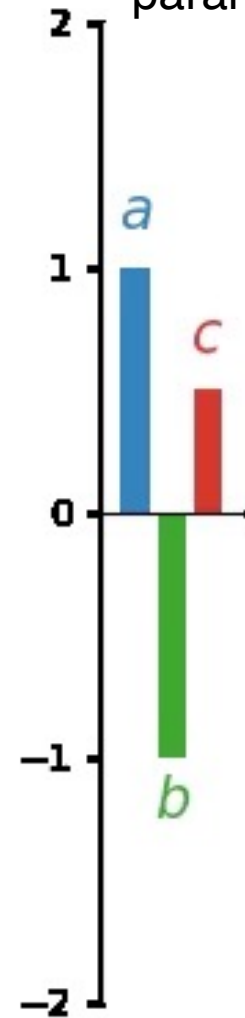
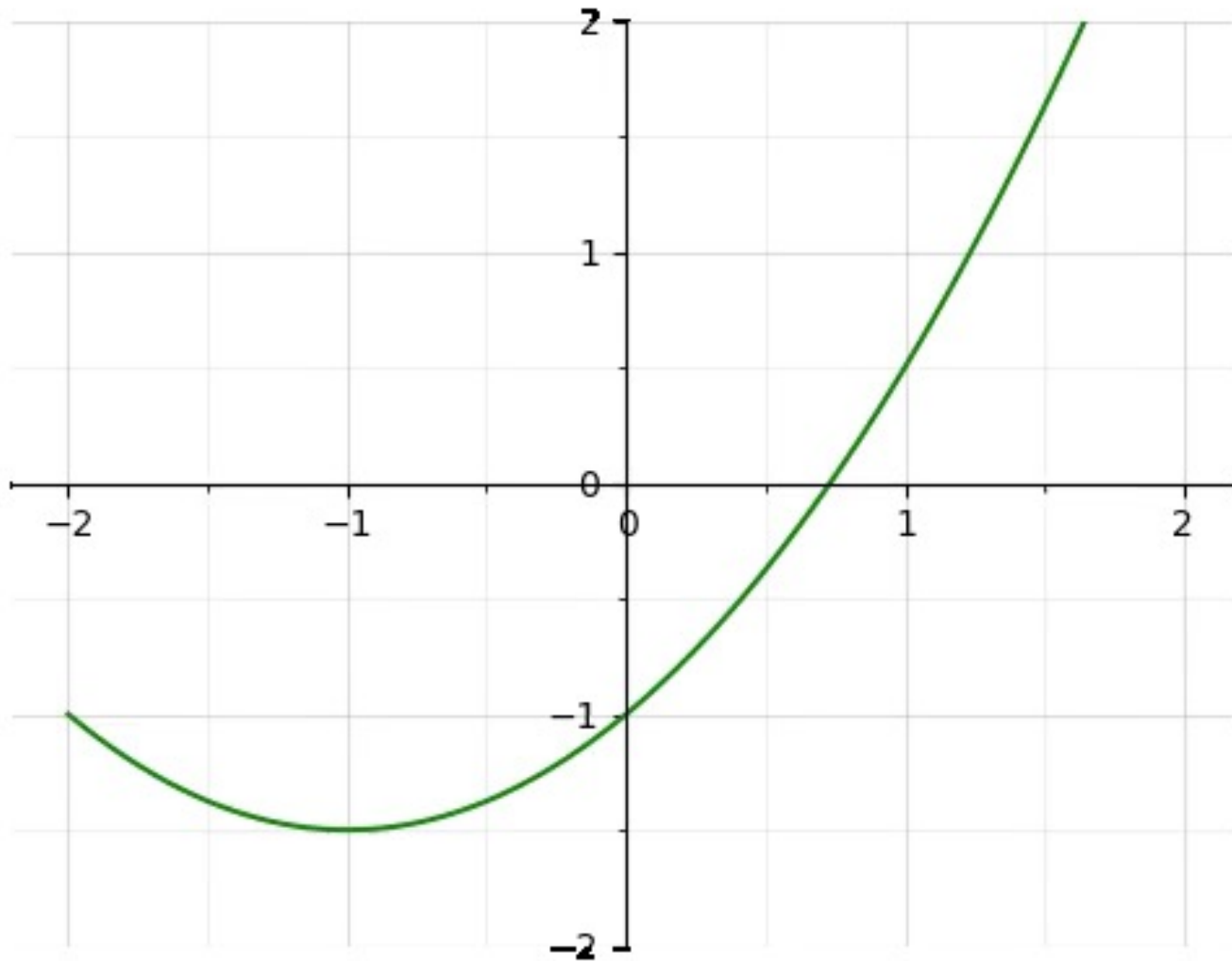


# Fonction paramétrique

3 paramètres:  $a \in \mathbb{R}$ ,  $b \in \mathbb{R}$ ,  $c \in \mathbb{R}$  14

$$f(x) = ax + b + cx^2$$

valeur des paramètres

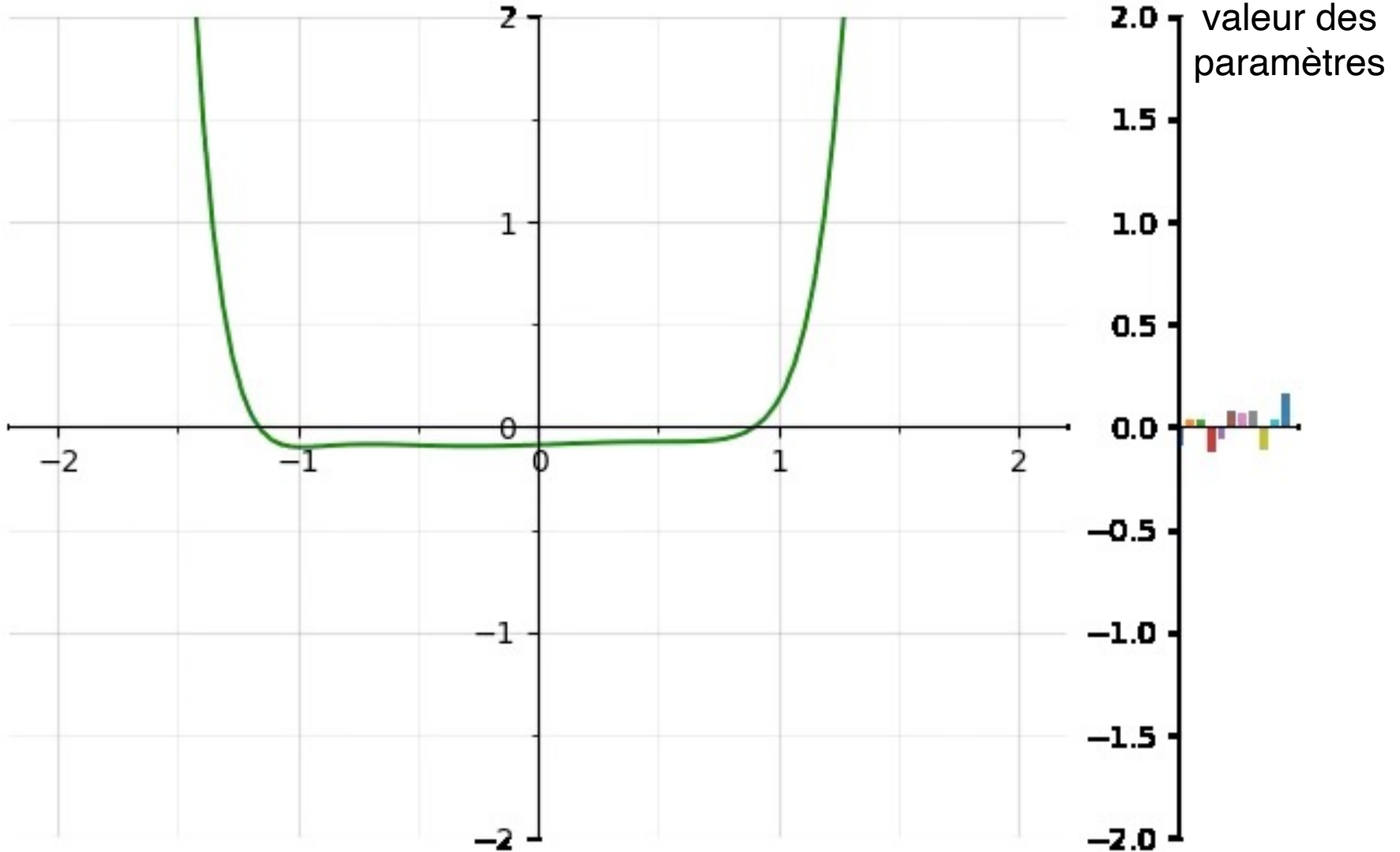


# Fonction paramétrique

11 paramètres !

15

$$f(x) = ax + b + cx^2 + dx^3 + ex^4 + \dots$$

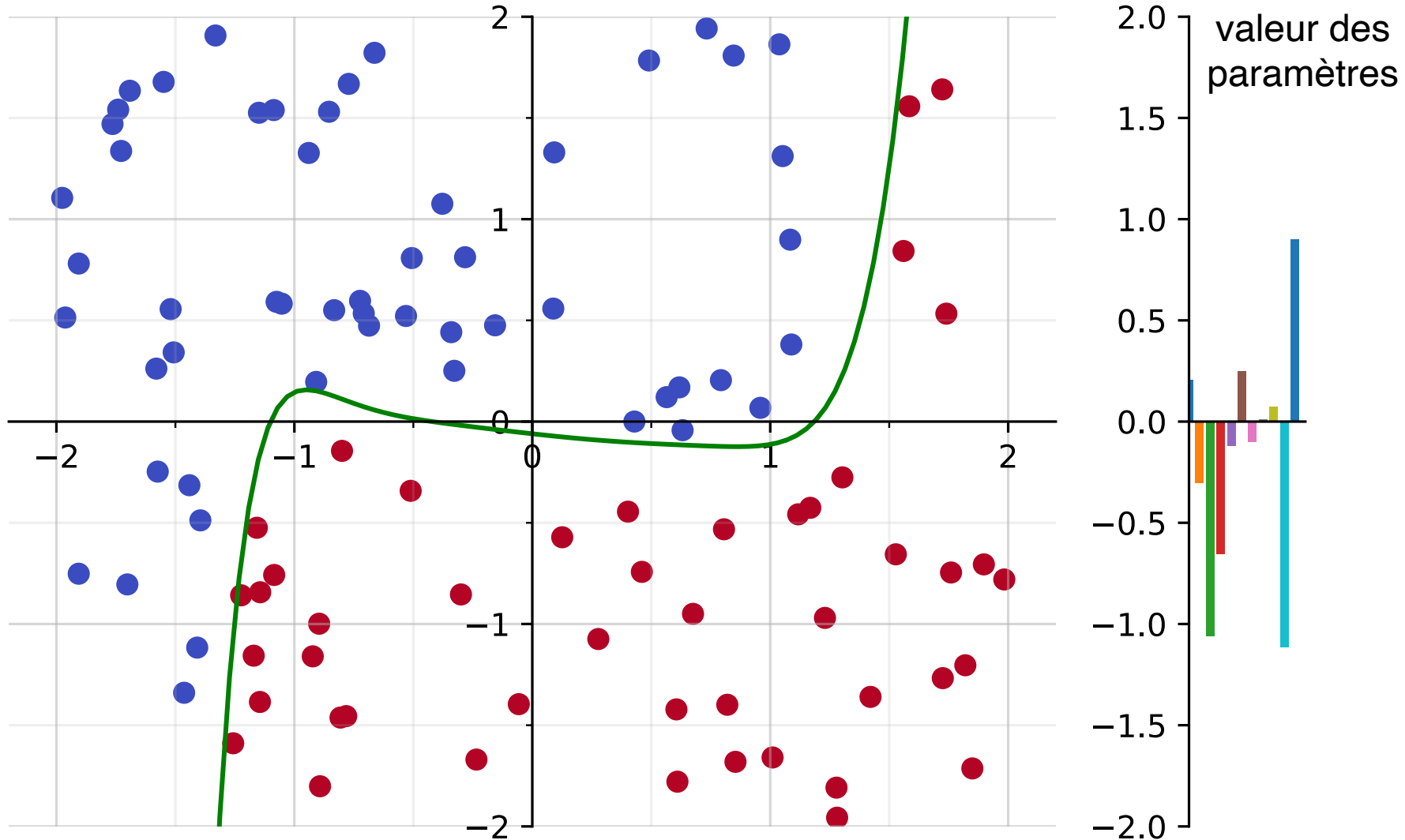




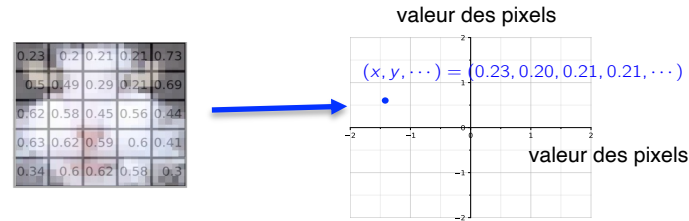
# Fonction paramétrique pour séparer nos 2 catégories de points

*11 paramètres !*

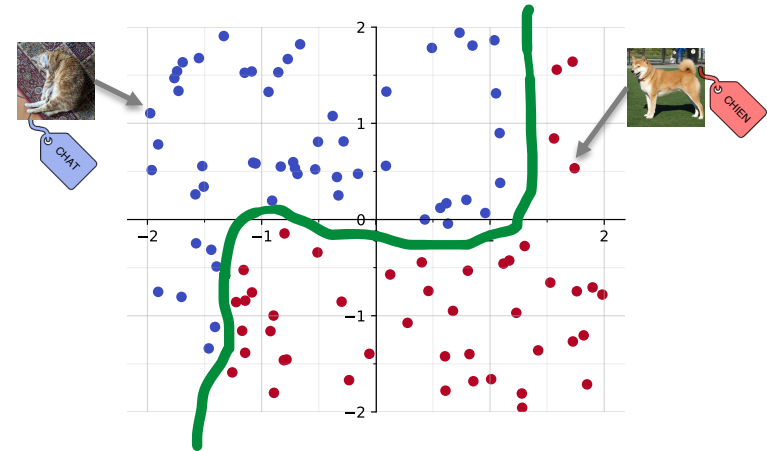
$$f(x) = ax + b + cx^2 + dx^3 + ex^4 + \dots$$



## 0 Les images dans l'espace



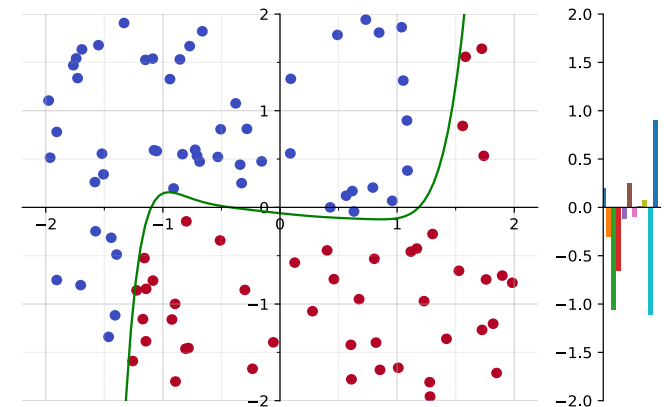
## 1 La séparation des exemples



## 2 Une fonction paramétrique hyper flexible

$$f(x) = ax + b + cx^2 + dx^3 + ex^4 + \dots$$

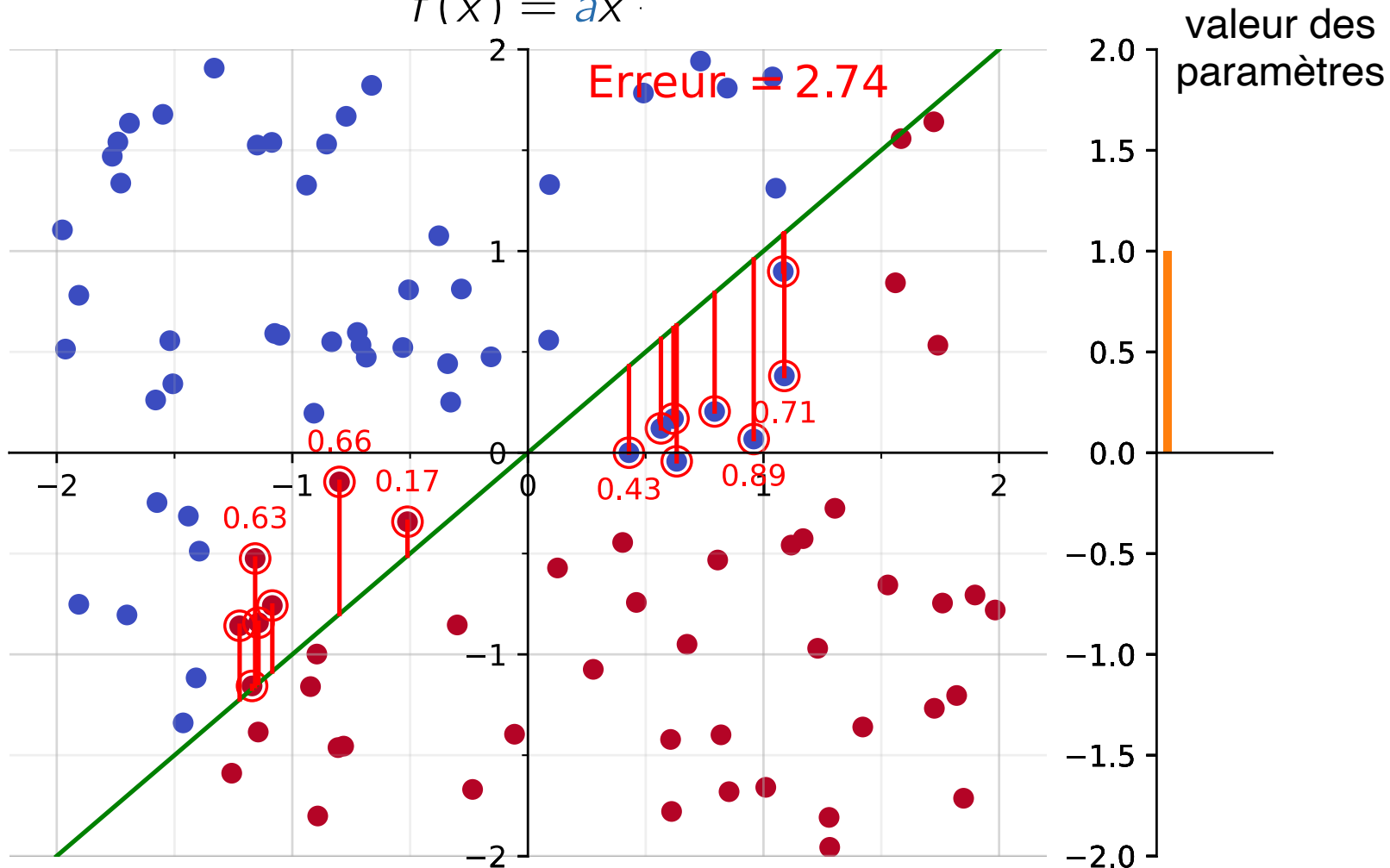
## 3 L'optimisation des paramètres



# Comment ajuster la fonction paramétrique ?

- ▷ On va chercher à minimiser une quantité d'erreur
- ▷ Erreur = Distance totale des points mal séparés à la courbe de séparation

$$f(x) = ax$$

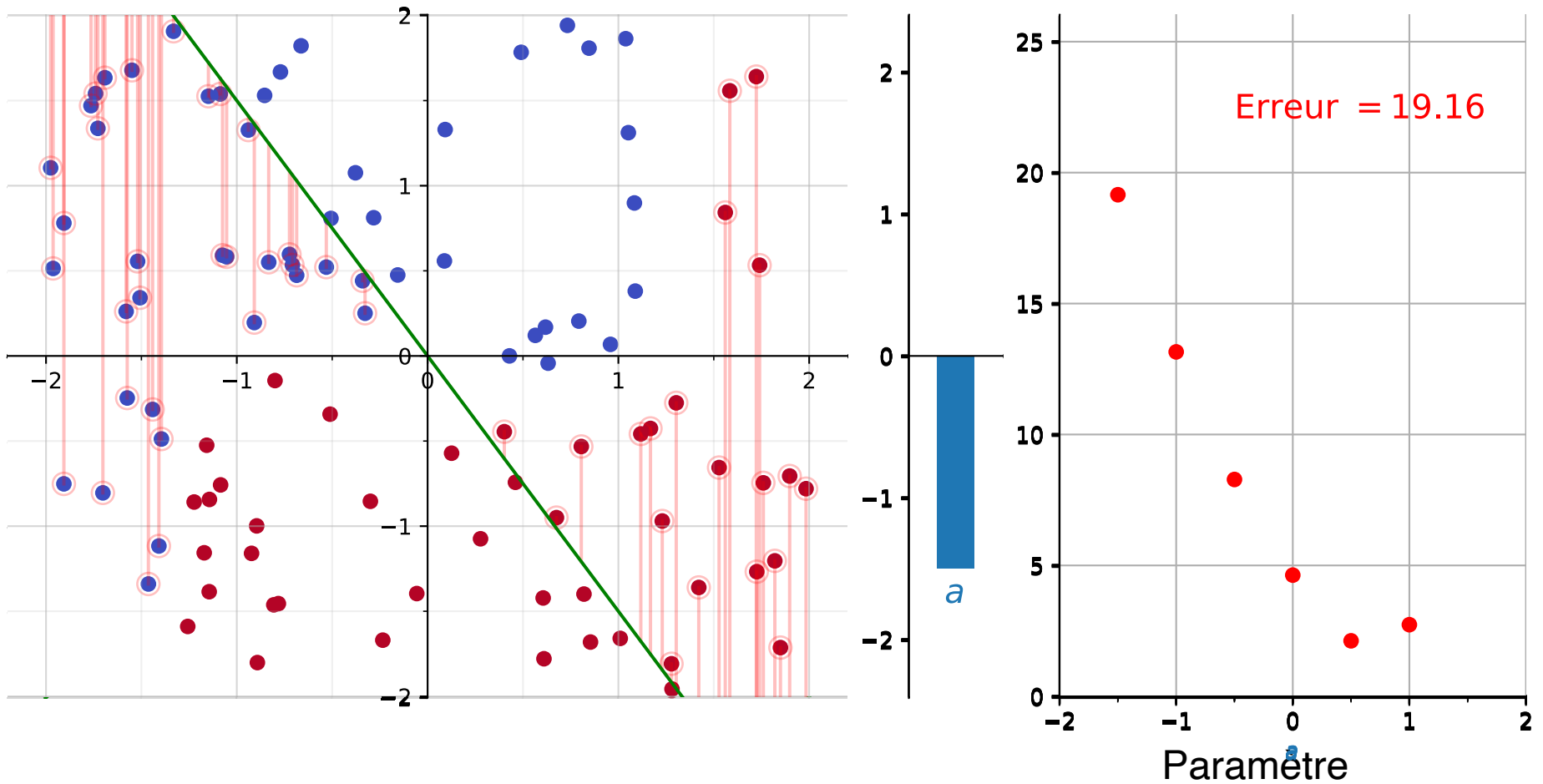


# La quantité d'erreur est une fonction des paramètres <sup>19</sup>

1 paramètre:  $a \in \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = ax$$

valeur du  
paramètre



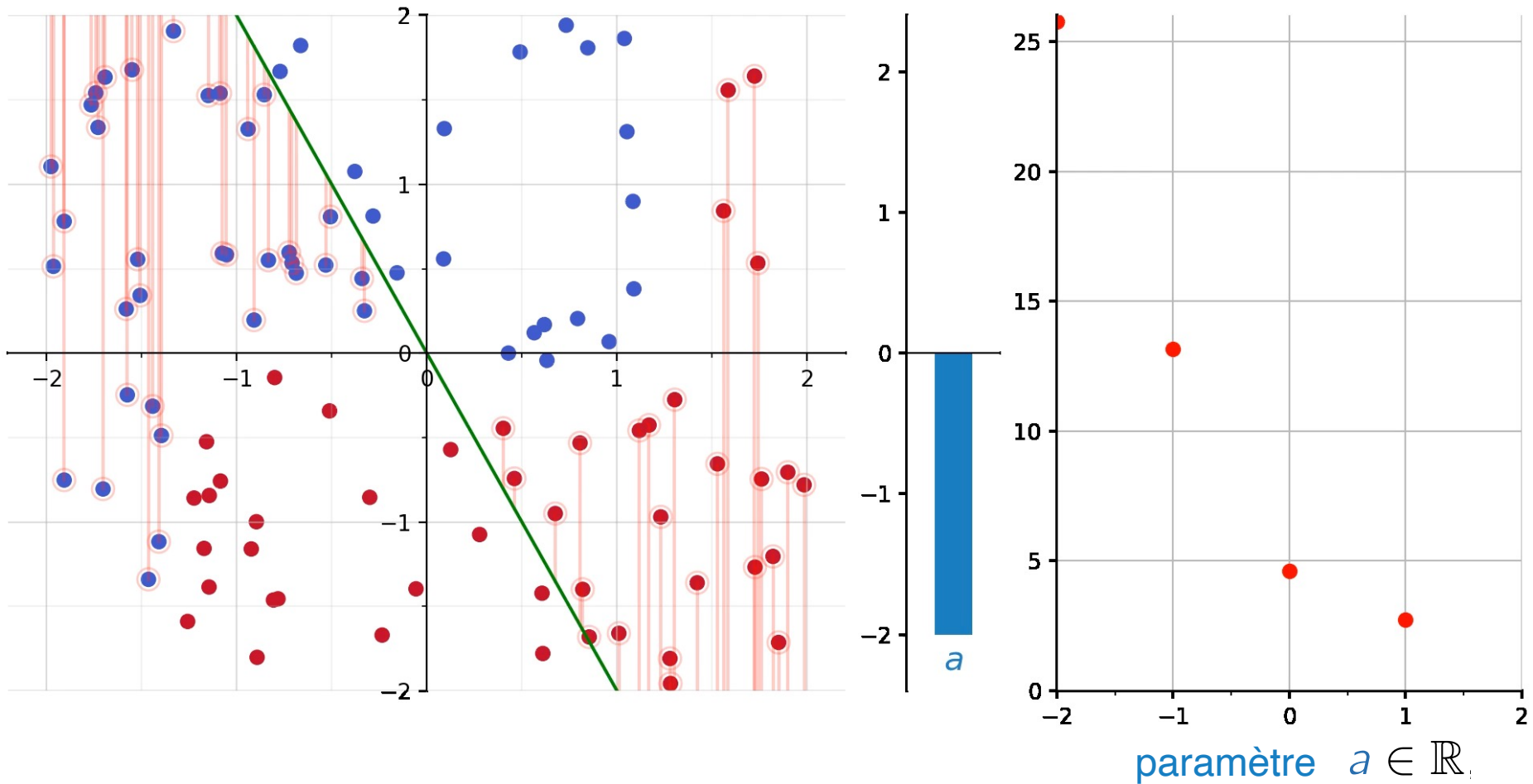
# La quantité d'erreur est une fonction des paramètres <sup>20</sup>

1 paramètre:  $a \in \mathbb{R}$ .

$$f(x) = ax$$

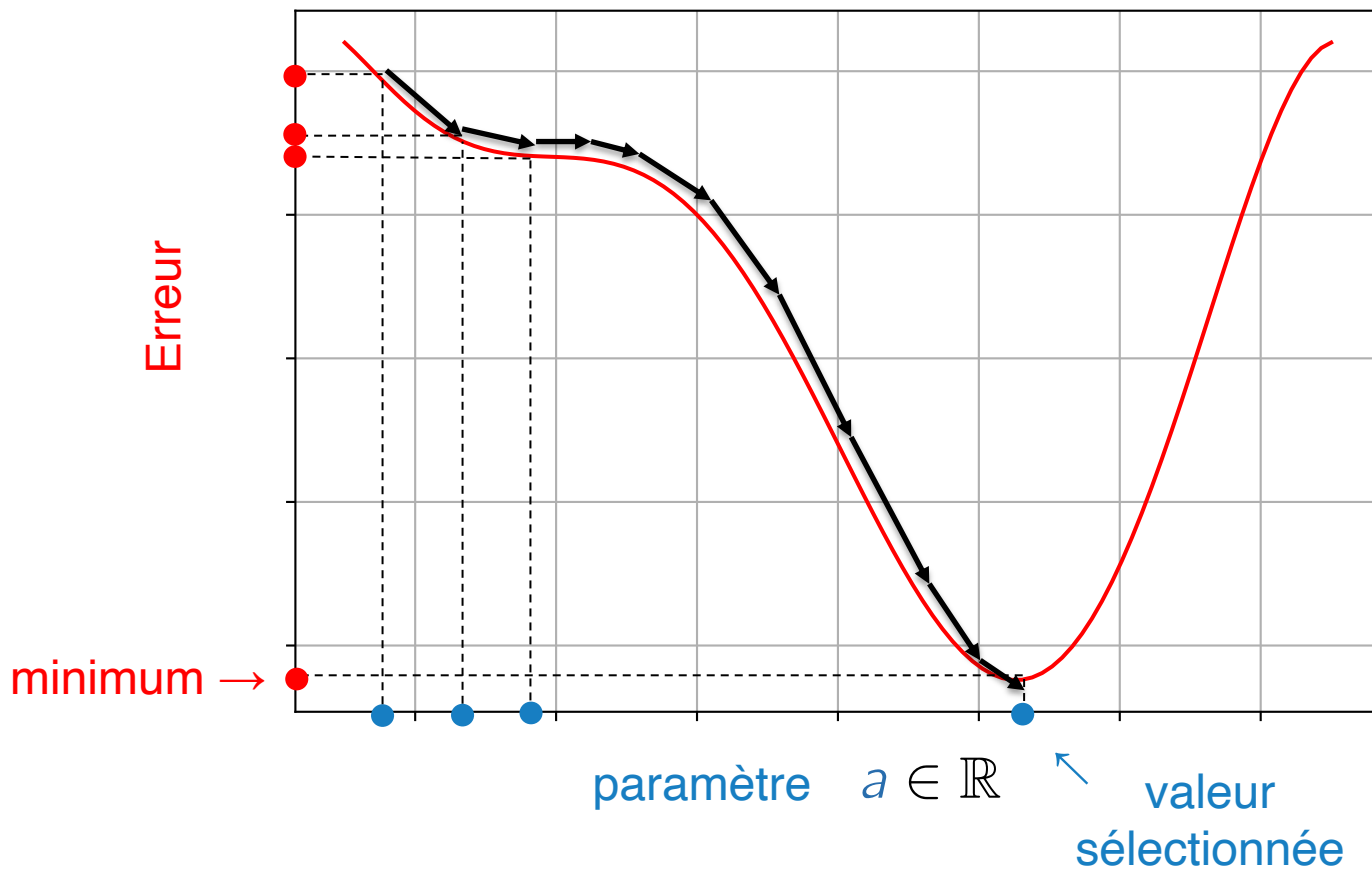
valeur du  
paramètre

Erreur



# Trouver le minimum d'erreur : c'est l'optimisation des paramètres

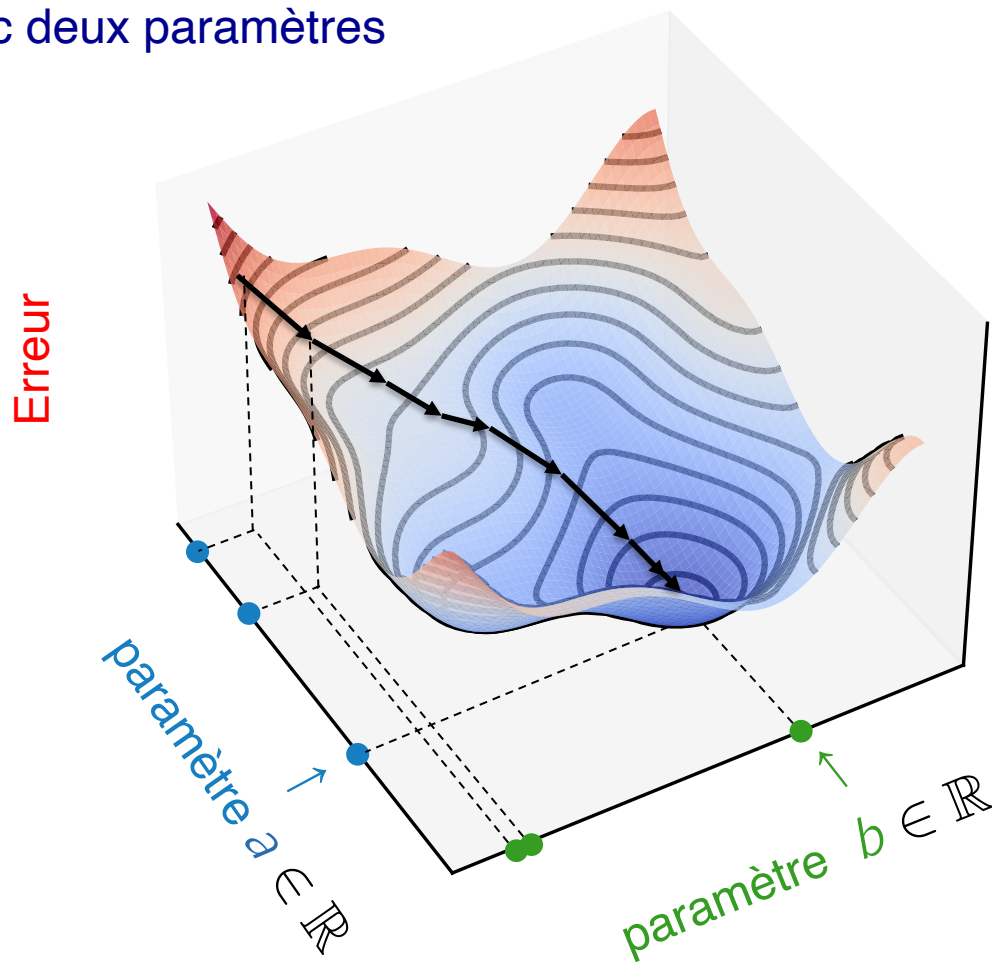
- ▷ Méthode générique qui marche (aussi) avec beaucoup de paramètres:  
La “descente de gradient”: diminuer l'erreur de proche en proche



# Trouver le minimum d'erreur : c'est l'optimisation des paramètres

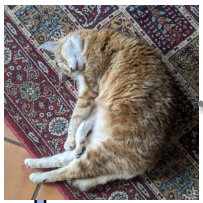
22

▷ Avec deux paramètres

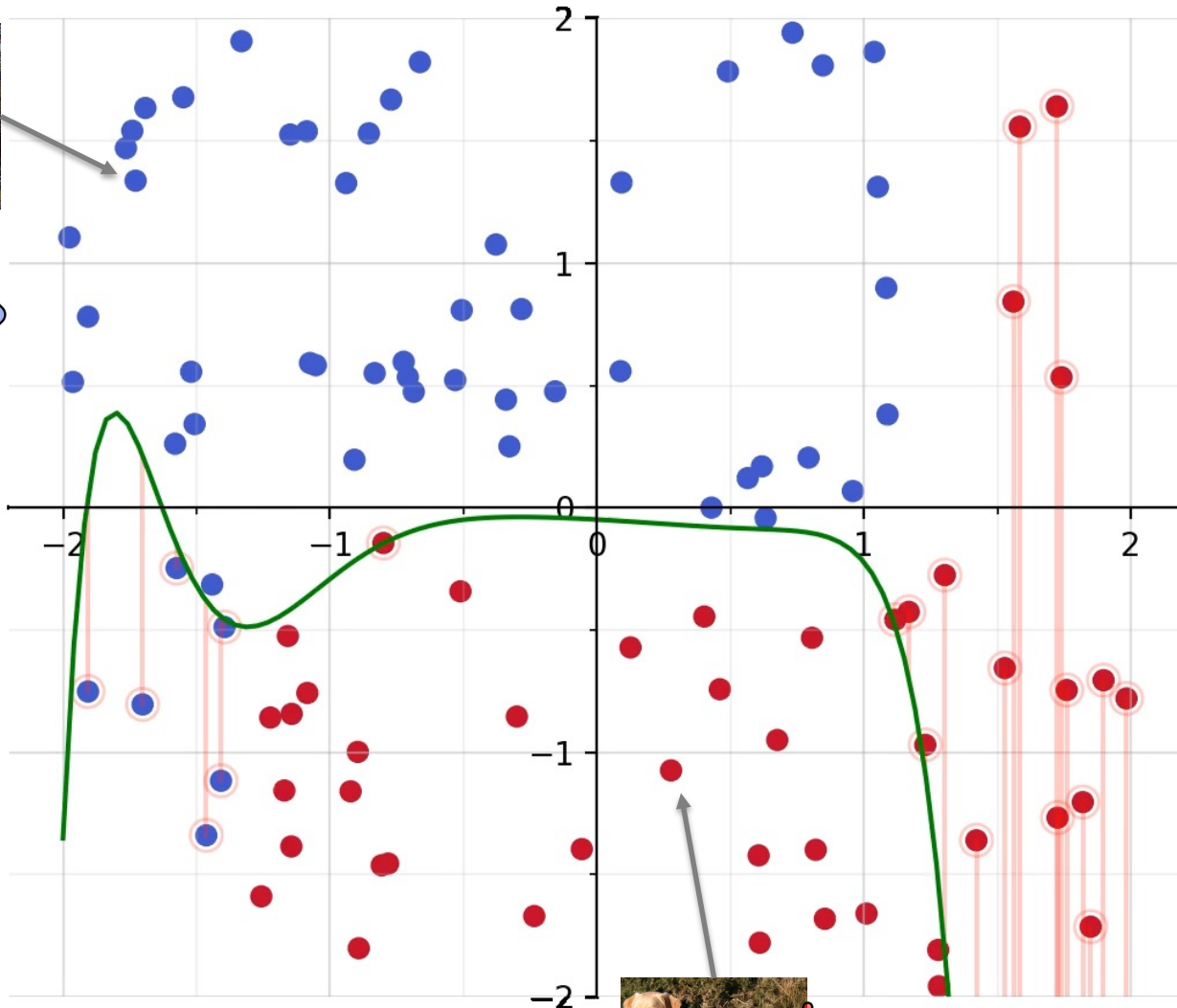


▷ Un principe qui se généralise à autant de paramètres que l'on souhaite !

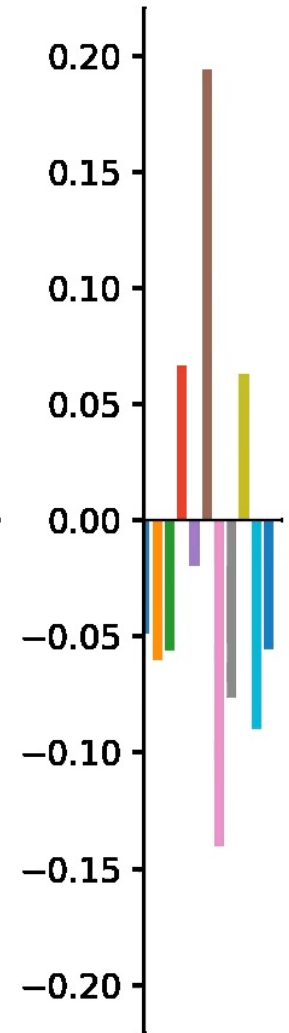
# Application à notre exemple avec 11 paramètres



CHAT

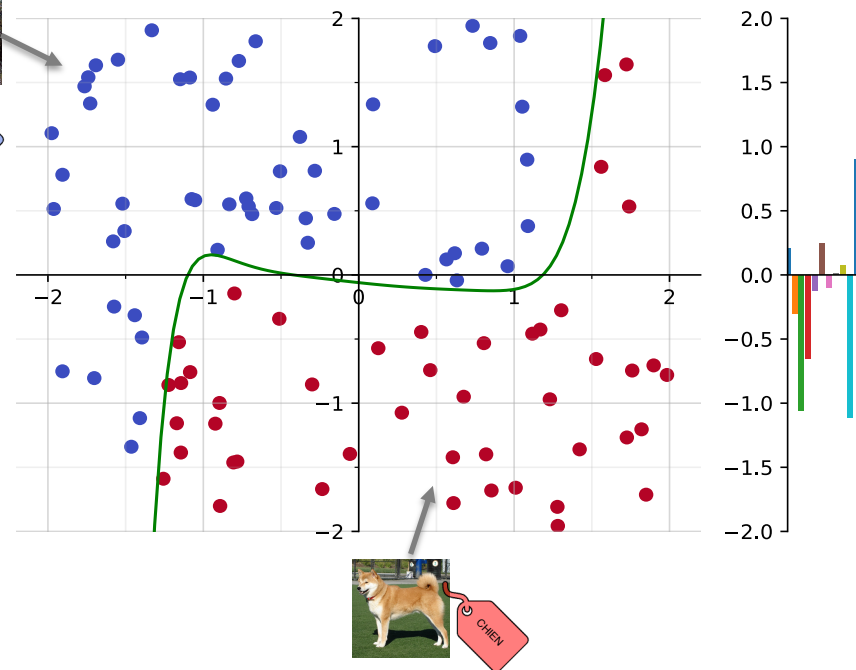


CHIEN





## 0 Les images dans l'espace



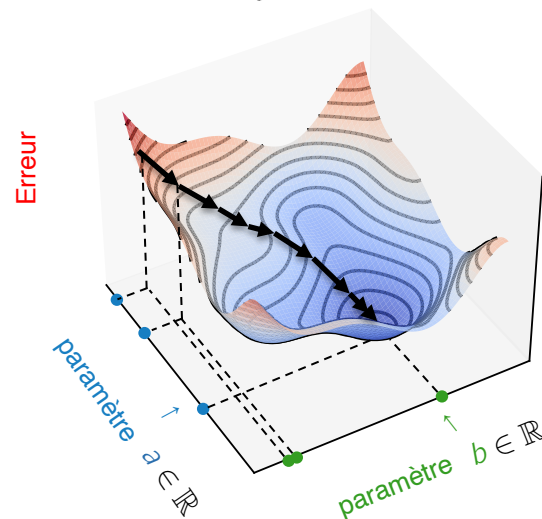
## 1 La séparation des exemples



## 2 Une fonction paramétrique hyper flexible

$$f(x) = ax + b + cx^2 + dx^3 + ex^4 + \dots$$

## 3 L'optimisation des paramètres

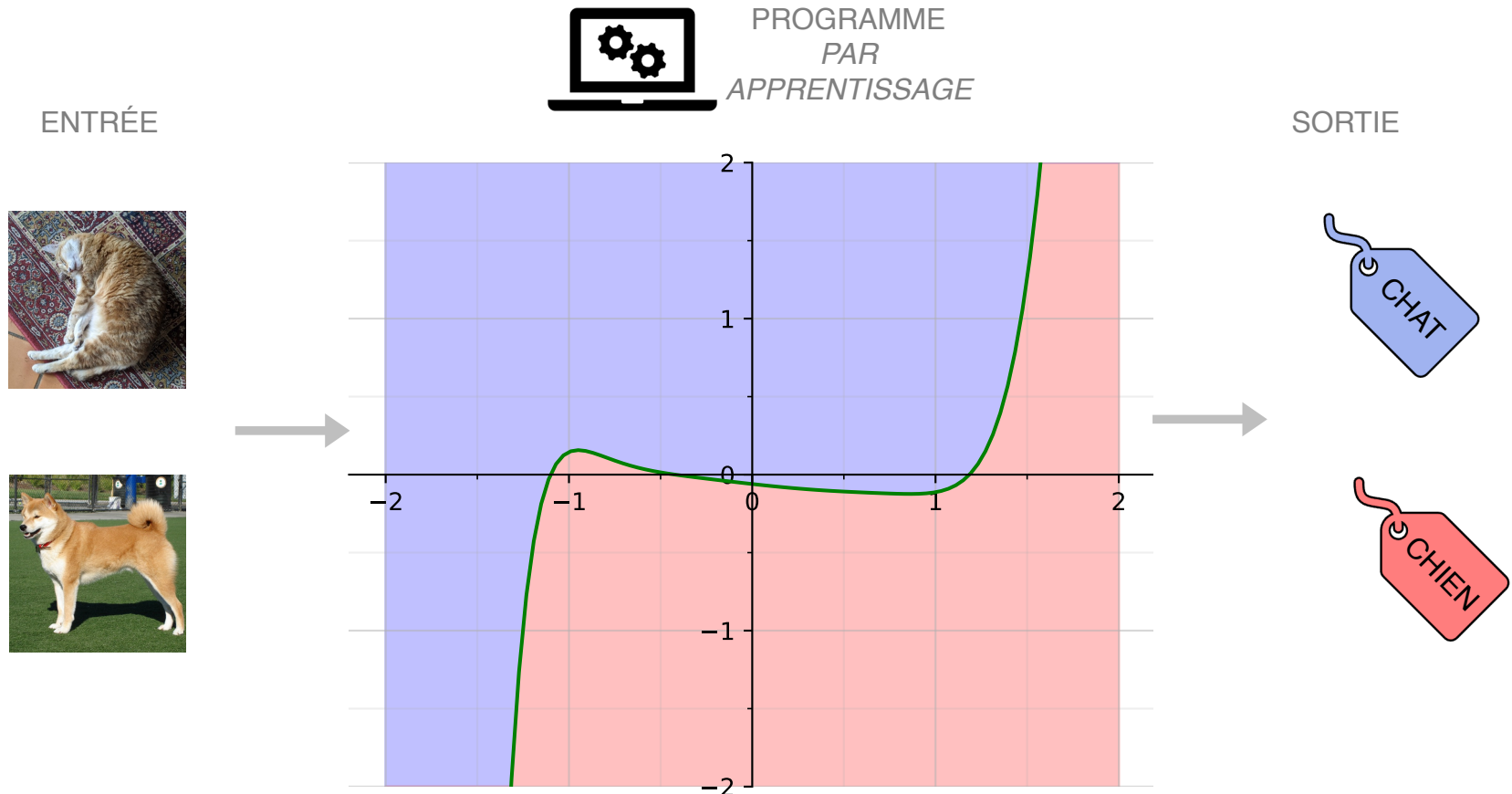


# Comment faire un programme informatique à partir d'exemples ? 25

1 Séparation des exemples

2 Fonction paramétrique

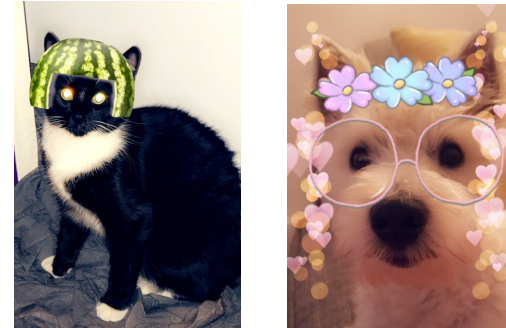
3 Optimisation



# Exemples d'applications de l'apprentissage (parmi une multitude!)

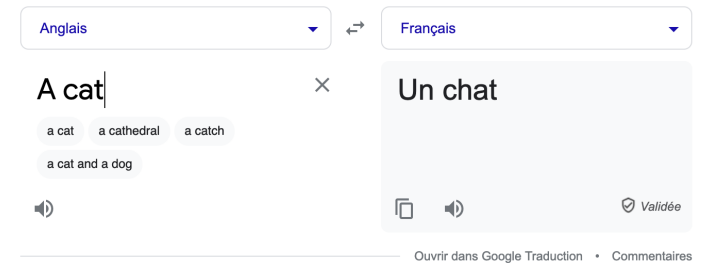
## ▷ Sur les images:

- Détection dans les images
  - Filtres Tik Tok / Instagram
  - Conduite assistée



## ▷ Sur les données textuelles:

- Traductions automatiques
- “Chat bot”
- Générer une dissertation ~~automatiquement~~



## ▷ De plus en plus pour faire avancer la science !

- Exemple: Prédire la forme des protéines – “Alpha Fold”

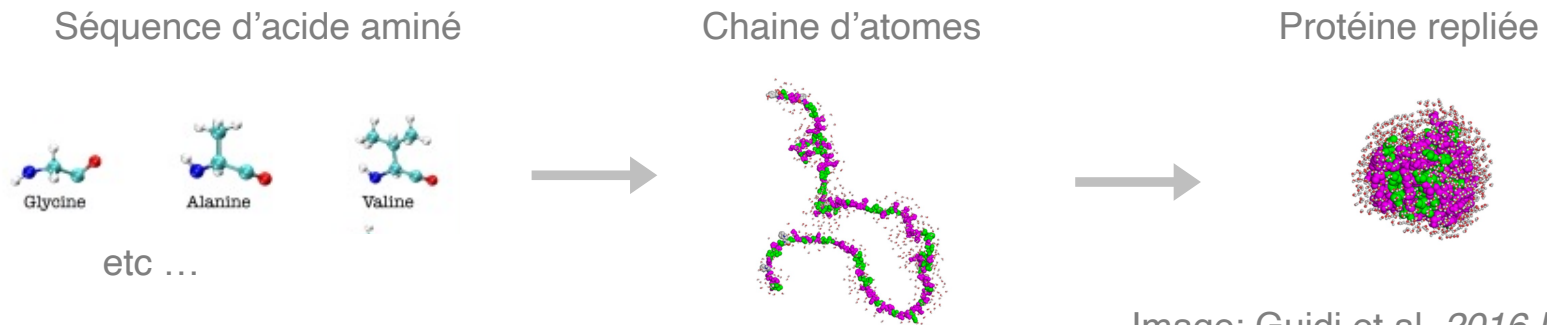


Image: Guidi et al, 2016 IEEE

# Des défis techniques et sociétaux (parmi d'autres !) <sup>27</sup>

## ▷ Aucun modèle d'apprentissage n'est infallible

- Erreurs imprévisibles

## ▷ Les décisions du modèle viennent sans explications ni sources

- Pourquoi est-ce que cette image est un chat ?
- Autre exemple: Insertion de fausses citations!

## ▷ Technologie très gourmande en énergie

- Des centres de données climatisés
- Fort besoin de puissance de calcul



## ▷ Perte de compétences

- Exemple: l'esprit critique et la rigueur de raisonnement

## ▷ Etc.

▷ Merci !

▷ Questions ?